

Каустики в распределении темной материи в галактиках

Выполнил: Давыдов Д.Д.

Научный руководитель: Троицкий С.В.

МГУ им. М. В. Ломоносова

13 мая 2021 года

Постановка задачи

- В некоторых моделях темной материи предсказываются каустики, проявляющиеся в виде “волн” (“пучков”) на кривой вращения. Некоторыми авторами была выдвинута гипотеза универсальности каустик. Целью данной работы является изучение метода определения масс в галактиках по кривым вращения, а также проверка данной гипотезы.

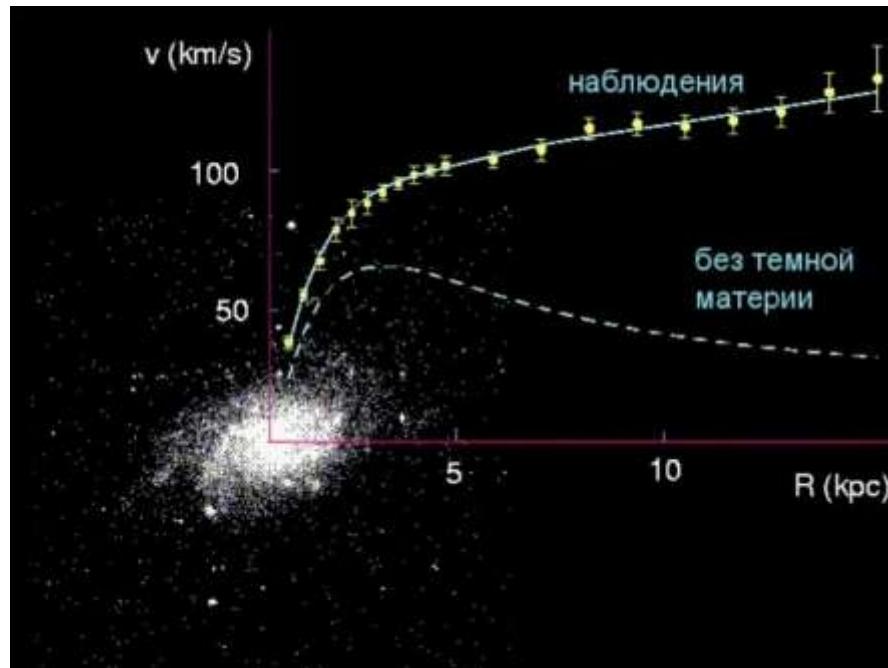


Рис.1 Кривая вращения галактики

Определение распределения масс в галактиках по кривым вращения

Пусть звезда вращается на расстоянии $R_0 < R_{\max}$ от центра галактики со скоростью $V(R_0)$. Задача: найти $M(R_0)$.

1.) По теореме Гаусса влияние внешних слоев будет равно нулю.

2.) Пользуясь 2 законом Ньютона, можно приравнять: $\frac{V^2(R_0)}{R_0} = \frac{GM(R_0)}{R_0^2}$, откуда получается ответ для данной задачи:

$$M(R_0) = \frac{V^2(R_0)R_0}{G}$$

В местах, где могут находиться каустики, больше массы, чем в других местах.

Появление каустик на дне бассейна

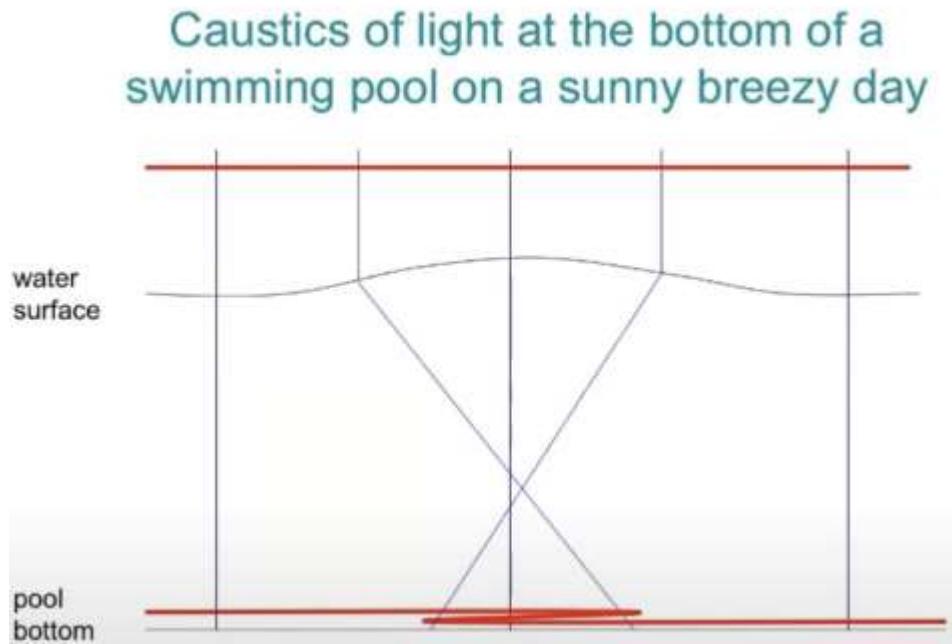


Рис.1 Появление каустики из-за преломления



Рис.2 Каустики на дне бассейна

- Необходимы два условия для возникновения каустик:
 - 1.) среда должна быть бесстакивающейся;
 - 2.) иметь малую дисперсию скорости.

Ниже рассмотрено, как частицы темной материи проходят сквозь друг друга (зеленые точки – места появления каустик).

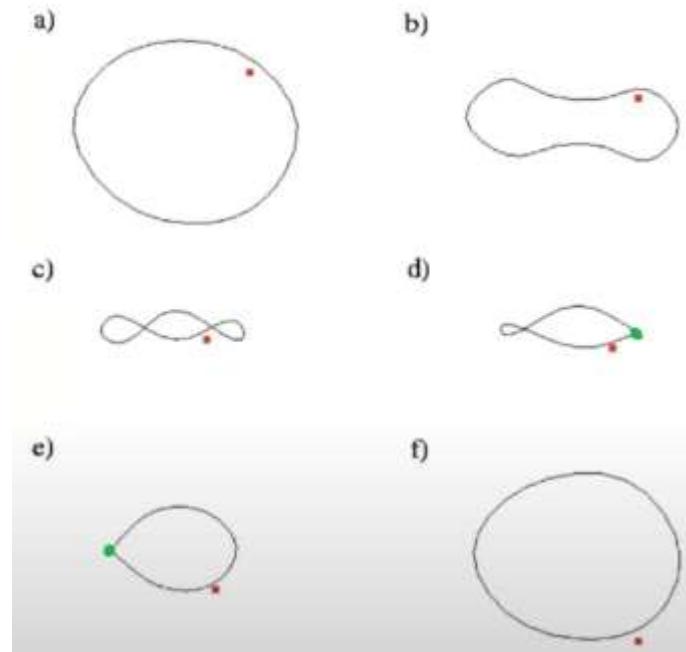


Рис.3 Оболочка частиц темной материи проходит сквозь друг друга

Сфера и кольца

- Если галактика не вращается – будут сферы, а если вращается – “внутренние” кольца и “внешняя” сфера.

Кольца являются стабильными

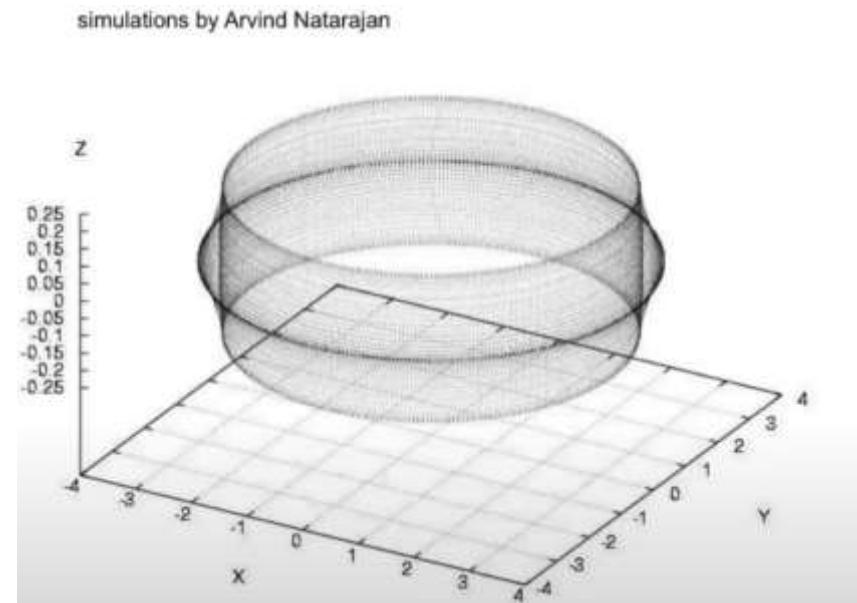


Рис.4 Без изменений начальных условий

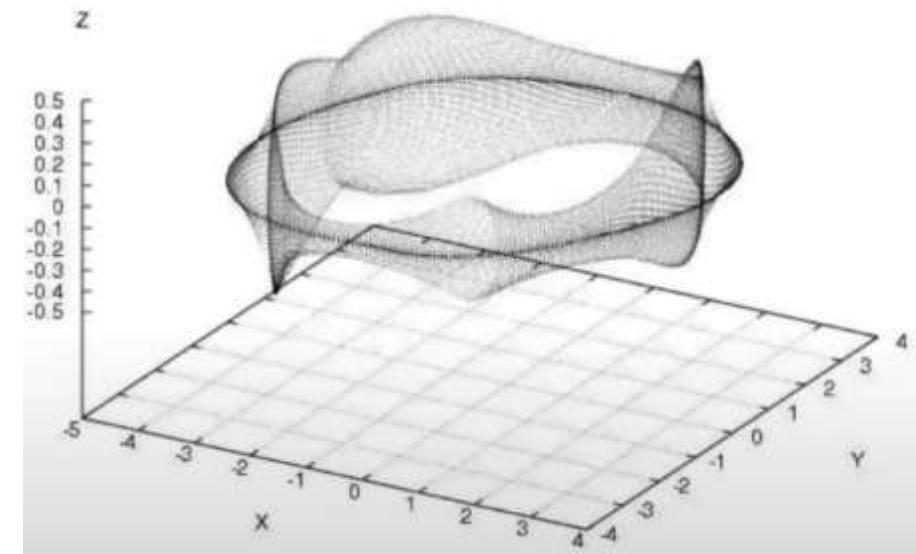


Рис.5 С изменениями каких-либо начальных условий

- Так как кольца стабильны, то это мотивирует нас на возможное предсказание колец на галактической плоскости. Специальная пропорция для n-ого каустического кольца, находящегося на расстоянии a_n от центра ($n=1,2,\dots$):

$$\bullet \quad a_n = \frac{40 \text{кпк}}{n} \left(\frac{V_{rot}}{220 \text{км/с}} \right) \left(\frac{j_{max}}{0.26} \right)$$

- Где j_{max} – максимум безразмерного распределения углового момента частиц темной материи

- Авторы статьи предполагают, что:
 - коэффициент 40кпк и j_{\max} – одинаковые для всех галактик.

То есть их гипотеза состоит в том, что каустики должны быть на одних и тех же расстояниях (перемасштабированных) в разных галактиках.

Если пересчитать данные в \tilde{r}_i и \tilde{v}_i и сложить получившиеся кривые вращения, то “горбы” в суммарной кривой будут более заметны, чем в индивидуальных.

- Сикиви (один из авторов статьи) привод следующий график (интерпретируя два пика как каустические кольца):

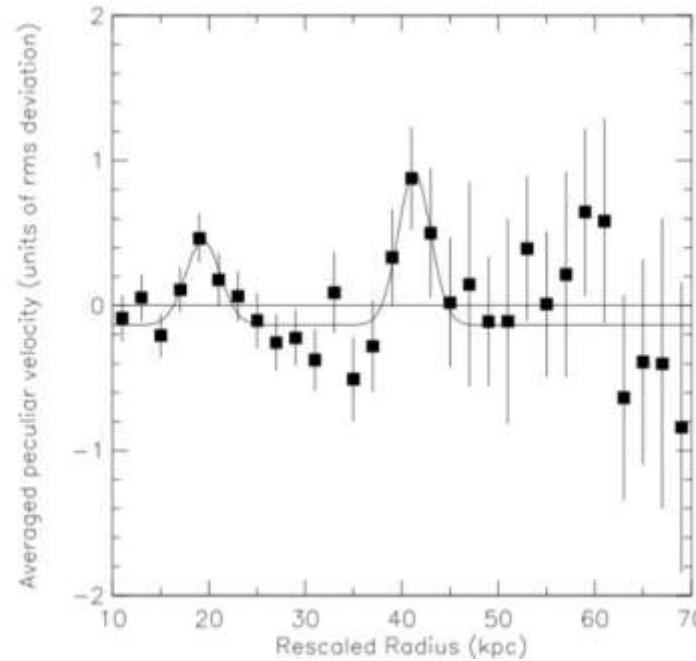


Рис.6 График зависимости средней пекулярной скорости от пересмасштабированного радиуса для 32 галактик (полученный Сикиви)

В ходе дальнейшей работы будет проведена проверка результатов Сикиви и выдвинутой гипотезы.

Практическая часть, проверка результатов Сикиви

- Для начала мы решили использовать тот же самый статистический метод обработки, что и Сикиви. Результат приведен ниже:

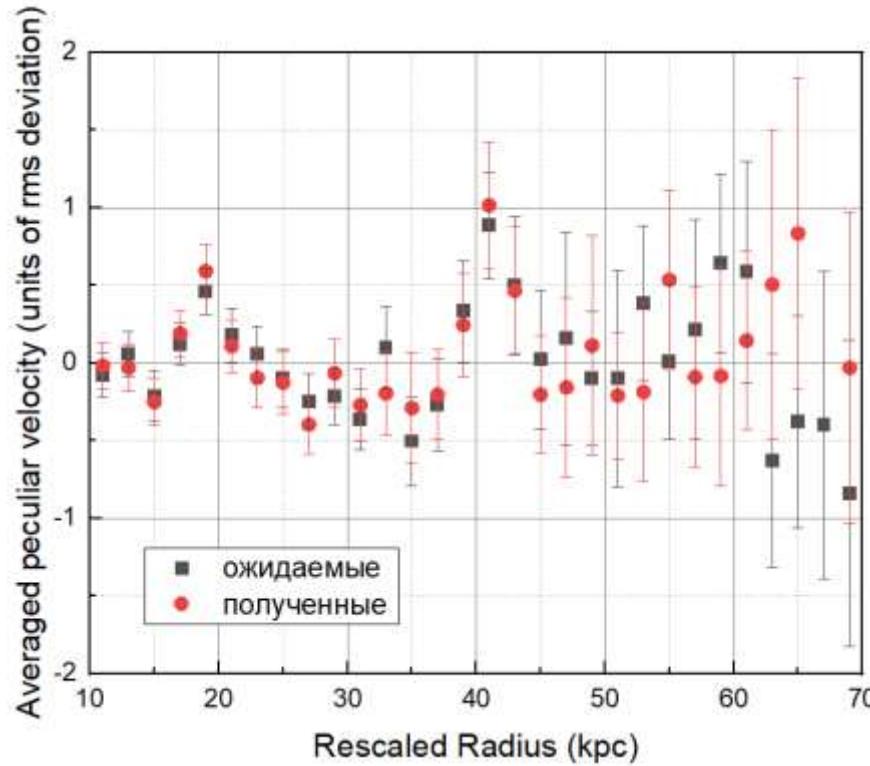


Рис.6 График зависимости средней пекулярной скорости от перемасштабированного радиуса для 32 галактик (полученный нами)

Наш статистический метод для выборки из 32 галактик

- Мы использовали новый статистический метод, основанный на произведении вероятностей отклонения скорости на величину δV_i и более, результат показан на следующих графиках:

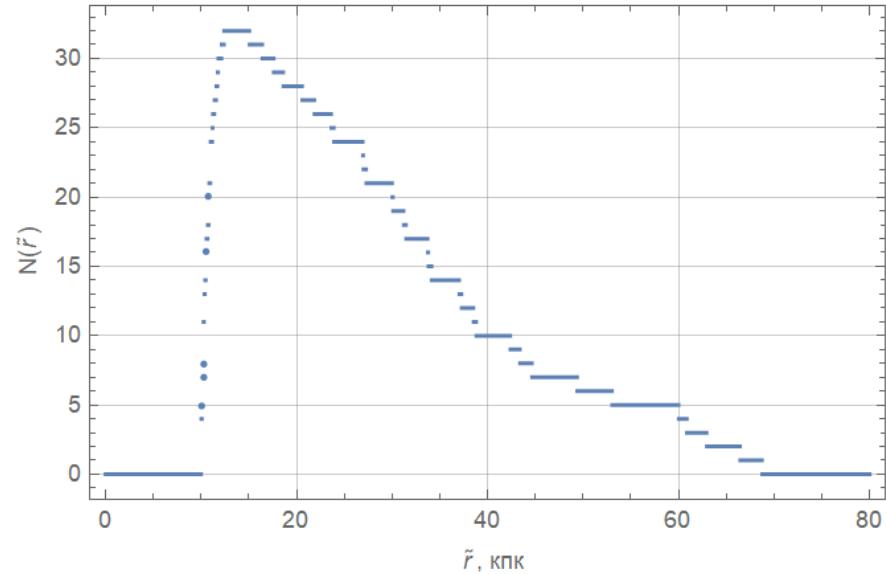


Рис.7 График зависимости числа галактик, для которых определена вероятность на \tilde{r} от перемасштабированного радиуса для выборки из 32 галактик

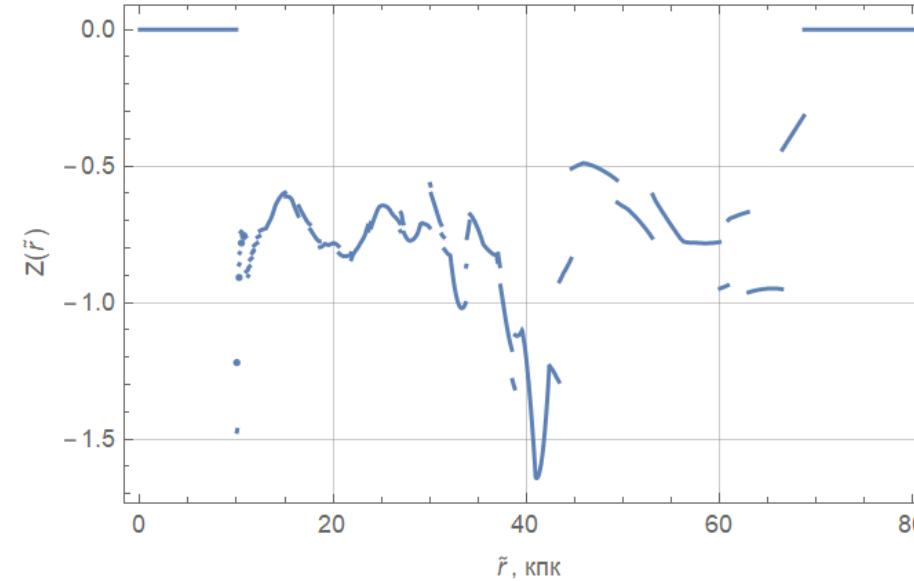


Рис.8 График зависимости суммы логарифмов вероятностей (деленное на $N(\tilde{r})$) случайного отклонения скорости на величину δV и более от перемасштабированного радиуса \tilde{r} для выборки из 32 галактик)

Оценка значимости полученного результата

$$z(\tilde{r}) = \sum_{i=1}^{N(\tilde{r})} \frac{\ln[pi(\tilde{r})]}{N(\tilde{r})}$$

- Из Рис.7 и Рис.8: $N(41) = 10$, $Z(41) = -1.64$, откуда

$$\sum_{i=1}^{N(\tilde{r})} \ln[pi(\tilde{r})] = -16.4$$

а произведение вероятностей $\approx 7.5 * 10^{-8}$

Для оценки значимости возведем в степень $\frac{1}{N(41)} = \frac{1}{10}$, получим ≈ 0.19 , то есть вероятность не значима.

Наш статистический метод для выборки из 170 галактик

- Для дальнейшего анализа мы решили взять выборку из 170 галактик и для нее провести нашу статистическую обработку. Результат приведен ниже:

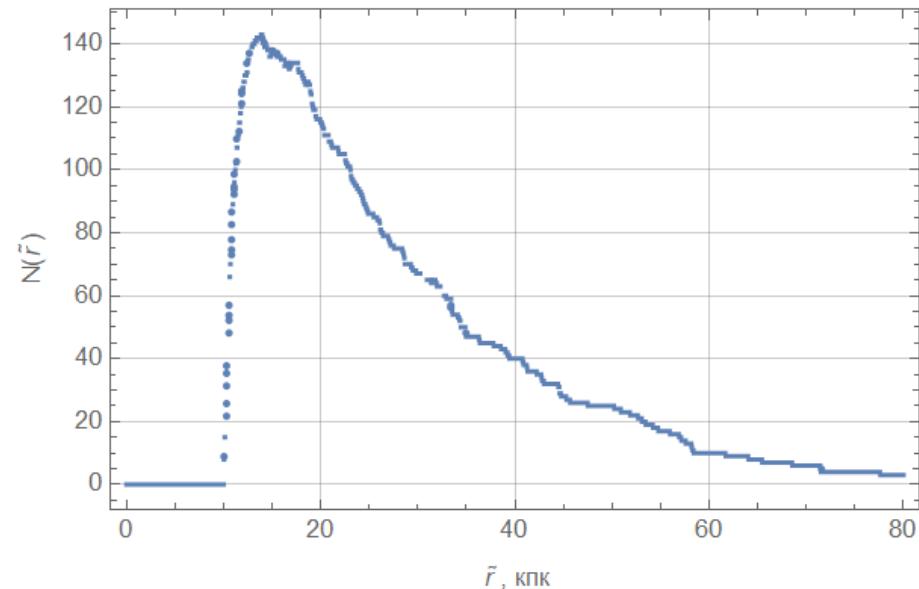


Рис.7 График зависимости числа галактик, для которых определена вероятность на \tilde{r} от перемасштабированного радиуса для выборки из 170 галактик

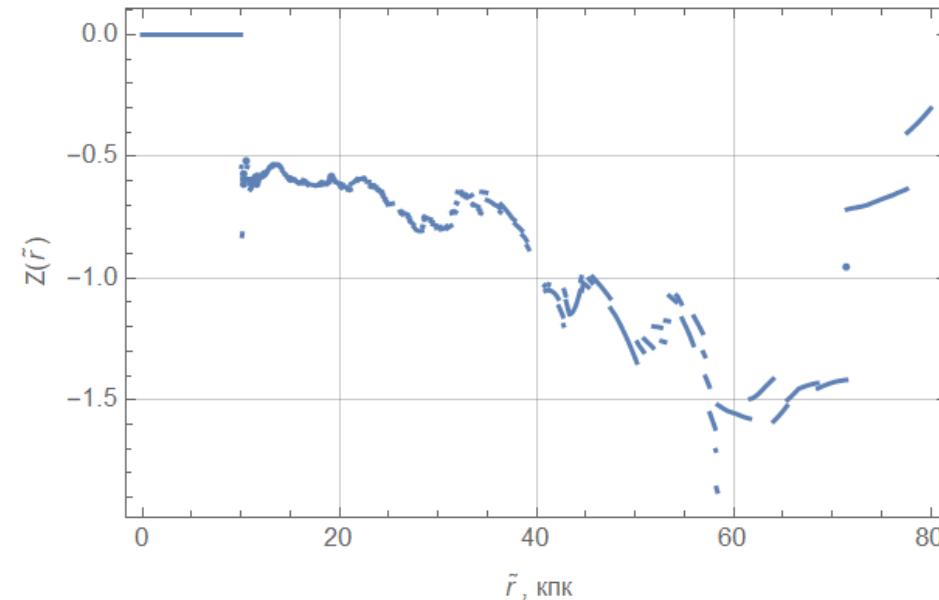


Рис.8 График зависимости суммы логарифмов вероятностей (деленное на $N(\tilde{r})$) случайного отклонения скорости на величину δV и более от перемасштабированного радиуса \tilde{r} для выборки из 170 галактик)

Метод Сикиви для выборки из 170 галактик

- Теперь возьмем выборку из 170 галактик и применим к ней метод Сикиви.
Получим:

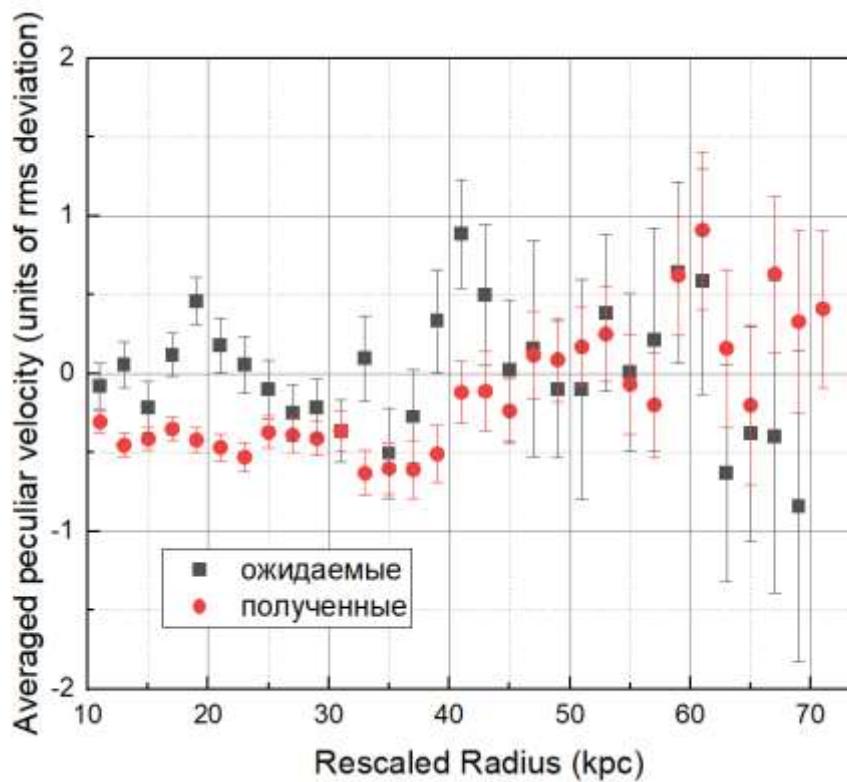


Рис.6 График зависимости средней пекулярной скорости от
перемасштабированного радиуса для 32 галактик
(полученный нами)

Научные результаты

На полученных графиках мы не наблюдаем каустических колец, находящиеся на одних и тех же пересмасштабированных расстояниях, то есть выдвинутая авторами гипотеза универсальности каустик не подтверждается.

Стоит отметить, что полученный нами результат не говорит об отсутствии каустических колец.

Запасные слайды

Итерационная процедура

- $\tilde{r}_i = r_i \left(\frac{220 \text{ км/с}}{\bar{v}} \right)$, где \bar{v} вычисляется с нижеописанной процедурой:

Убираем “внутреннюю” часть кривой вращения с помощью “реза”: все точки с $\tilde{r}_i < 10$ кпк выкидываются. Оставшиеся точки подгоняются к линии, а \bar{v} - среднее для них (т.е линейная функция от \tilde{r}_i). Продолжаем, пока обе величины не сойдутся со своими предыдущими значениями.

После этого фоновое вращение вычитается из кривой вращения, оставляя набор пекулярных скоростей δv_i .

Вычисляется “шум” $\sqrt{\delta v^2}$ для каждой галактики, после чего пекулярные скорости выражены в безразмерных величинах $\tilde{\delta v}_i = \frac{\delta v_i}{\sqrt{\delta v^2}}$

Наш статистический метод

- Входные данные: $(\tilde{r}_i, \delta v_i \pm \Delta v_i)$. Дальше строим точки : (\tilde{r}_i, σ_i) , где

$$\sigma_i = \left| \frac{\delta v_i}{\Delta v_i} \right|$$

Каждому σ_i ставится в соответствие p_i , имеющая смысл вероятности случайного отклонения от нуля на величину δv_i (и более) для нормального распределения:

$$p_i = \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma_i}^{\infty} \exp \left[-\frac{\sigma_i^2}{2} \right] d\sigma \text{ (получили набор } (\tilde{r}_i, p_i) \text{)}$$

Дальше составляем $z(\tilde{r}) = \sum_{i=1}^{N(\tilde{r})} \frac{\ln[p_i(\tilde{r})]}{N(\tilde{r})}$

Метод Сикиви

- Усредение по радиальным контейнерам (бинам):

$$b_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \delta \tilde{v}_j$$

Погрешность которого составляет $\frac{1}{\sqrt{N_i}}$